



SISTEM PERSAMAAN LINEAR

ALJABAR LINEAR

MINARNI@2026

SISTEM PERSAMAAN LINEAR

- **Persamaan linear satu variabel** adalah kalimat terbuka yang menyatakan hubungan sama dengan dan hanya memiliki satu variabel berpangkat satu.

Bentuk umum persamaan linear satu variabel adalah

$$ax + b = c, \text{ dengan } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ dan } a \neq 0$$

- **Persamaan linear dua variabel** adalah persamaan yang mengandung dua variabel dengan pangkat masing-masing variabel sama dengan satu.

Bentuk umum persamaan linear dua variabel adalah

$$ax + by = c, \text{ dengan } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ dan } a \neq 0, b \neq 0$$

SISTEM PERSAMAAN LINEAR DUA VARIABEL (SPLDV)

- Pasangan dua persamaan linear dua variabel (atau lebih) yang ekuivalen dengan bentuk umum

$$\begin{aligned} ax + by &= p \\ cx + dy &= q \end{aligned}$$

Dengan $a, b, c, d, p, q, \in R$
dan $a, b, c, d \neq 0$

dengan penyelesaian simultan atau serentak terpenuhi oleh pasangan terurut (x_0, y_0) dinamakan sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV)

METODE PENYELESAIAN SPLDV

- Metode Grafik
- Metode Substitusi
- Metode Eliminasi

1. METODE GRAFIK

- Adalah metode penyelesaian SPLDV yang dilakukan dengan cara menggambar grafik dari kedua persamaan tersebut yang kemudian menentukan titik potongnya.

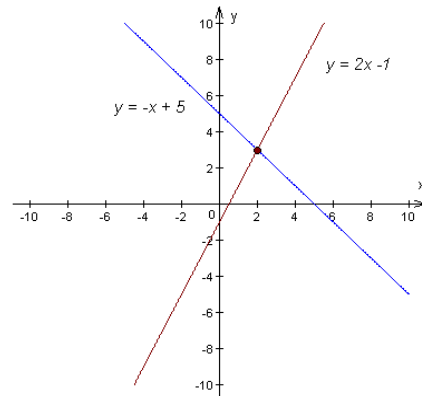
METODE GRAFIK

- Perhatikan dua sistem persamaan dua variabel

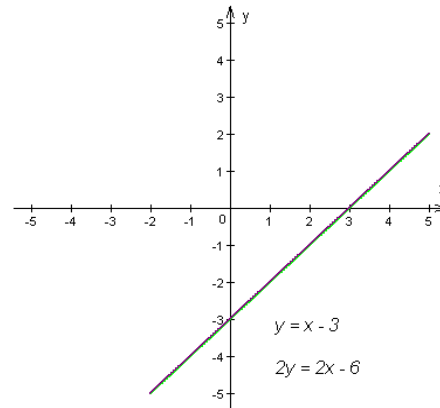
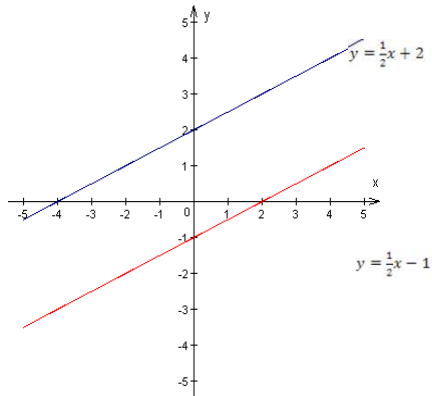
$$y = 2x - 1$$

$$y = -x + 5$$

- Solusi dari sistem ini adalah himpunan pasangan terurut yang merupakan solusi dari kedua persamaan.
- Grafik garis menunjukkan himpunan penyelesaian dari masing-masing persamaan dalam sistem. Oleh karena itu, perpotongan kedua garis adalah gambar dari penyelesaian sistem.
- Solusi dari sistem adalah $\{(2,3)\}$



GRAFIK MUNGKIN SEJAJAR ATAU MUNGKIN BERIMPIT.



Hubungan yang mungkin diantara sebuah sistem, kemiringan dari masing masing grafik, dan penyelesaian persamaan ditunjukkan pada tabel berikut.

$$\begin{aligned} ax + by &= p \\ cx + dy &= q \end{aligned}$$

Dengan $a, b, c, d, p, q, \in \mathbb{R}$
dan $a, b, c, d \neq 0$

Sistem	Kemiringan	Grafik	Penyelesaian
Konsisten dan bebas	Berbeda	Garis berpotongan di satu titik $\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}$	Satu
Inkonsisten dan bebas atau berlawanan	Sama	Garis sejajar $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \neq \frac{p}{q}$	Tidak ada
Konsisten dan bergantung	Sama	Garis berimpit $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = \frac{p}{q}$	Tak terhingga

PERSAMAAN KETERGANTUNGAN LINIER DAN KETIDAKKONSISTENAN

Bila kedua persamaan mempunyai kemiringan (slope) yang sama, maka gambarnya akan terdapat dua kemungkinan yaitu:

1. Kedua garis adalah sejajar dan tidak mempunyai titik potong, sehingga tidak ada penyelesaian. Kedua persamaan ini disebut sebagai sistem persamaan linier yang tidak konsisten
2. Kedua garis akan berhimpit, sehingga penyelesaiannya dalam jumlah yang tidak terbatas. Kedua persamaan ini disebut sebagai sistem persamaan linier yang tergantung secara linier

Contoh

$$5x + 2y = 10$$

$$20x + 8y = 40$$

Kedua persamaan di atas adalah tergantung secara linier, karena kedua persamaan ini mempunyai slope dan intercept yang sama sehingga kalau digambarkan akan berhimpit satu sama lain

Contoh

$$2x + 3y = 7$$

$$4x + 6y = 12$$

Persamaan di atas keduanya tidak konsisten karena kedua persamaan ini mempunyai slope yang sama tetapi intercept berbeda

2. METODE SUBSTITUSI

- Adalah metode penyelesaian SPLDV dengan cara menggantikan satu variabel dengan variabel dari persamaan yang lain
- Langkah-langkah
 1. Pilih salah satu persamaan yang paling sederhana kemudian nyatakan x sebagai fungsi y atau y sebagai fungsi x
 2. Substitusikan x atau y pada langkah 1 ke persamaan yang lainnya

CONTOH METODE SUBSTITUSI

Selesaikan sistem persamaan linier berikut:

$$3x - 2y = 7 \quad (1)$$

$$2x + 4y = 10 \quad (2)$$

Misalkan variabel x yang dipilih pada persamaan (2), maka akan menjadi

$$2x + 4y = 10 \rightarrow 2x = 10 - 4y$$

$$\mathbf{x = 5 - 2y}$$

Kemudian substitusikan x ke dalam persamaan yang lain yaitu (1)

$$x = 5 - 2y$$

$$3(5 - 2y) - 2y = 7 \rightarrow 15 - 6y - 2y = 7$$

$$-8y = -8$$

$$\mathbf{y = 1}$$

Substitusikan $y = 1$ ke dalam salah satu persamaan awal misal persamaan (2)

$$x = 5 - 2(1) = 3$$

Jadi himpunan penyelesaian yang memenuhi kedua persamaan adalah $(3, 1)$

3. METODE ELIMINASI

- Adalah metode penyelesaian SPLDV dengan cara menghilangkan salah satu variabel.
- Langkah-langkah
 1. Perhatikan koefisien x (atau y)
 - a) Jika koefisiennya sama:
 - Lakukan operasi pengurangan untuk tanda yang sama
 - Lakukan operasi penjumlahan untuk tanda yang berbeda
 - b) Jika koefisiennya berbeda, samakan koefisiennya dengan cara mengalikan persamaan-persamaan dengan konstanta yang sesuai, lalu lakukan seperti langkah a)
 2. Lakukan kembali langkah 1 untuk mengeliminasi variabel lainnya.

CONTOH METODE ELIMINASI

Carilah nilai – nilai dari variabel X dan Y yang dapat memenuhi kedua persamaan berikut:

$$3x - 2y = 7 \quad (3)$$

$$2x + 4y = 10 \quad (4)$$

Penyelesaian

Misal variabel yang akan dieliminasi adalah y, maka pers (3) dikalikan 2 dan pers (4) dikalikan 1.

$$3x - 2y = 7 \quad \text{dikalikan } 2 \rightarrow 6x - 4y = 14$$

$$2x + 4y = 10 \quad \text{dikalikan } 1 \rightarrow 2x + 4y = 10 \quad +$$

$$8x + 0 = 24$$

$$x = 3$$

Substitusikan variabel $x = 3$ ke dalam salah satu persamaan awal, misal pers (3)

$$3x - 2y = 7$$

$$3(3) - 2y = 7$$

$$-2y = 7 - 9 = -2$$

$$y = 1$$

Jadi himpunan penyelesaian dari sistem persamaan tersebut adalah (3,1)

SOAL LATIHAN

1. Tentukanlah himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linier berikut ini

dengan metode eliminasi dan substitusi

- a. $x+y=1$ b. $2x - 3y = 13$
 $x-y=1$ $4x + y = 15$
- c. $x + y = 5$ d. $3x - 2y = 6$
 $2x + 3y = 12$ $x + y = 4$

2. Nyatakanlah apakah setiap sistem persamaan linier berikut ini tidak mempunyai penyelesaian atau mempunyai sejumlah penyelesaian yang tak hingga

- a. $2x - y = 10$ b. $12x + 3y = 18$
 $8x - 4y = 40$ $8x + 2y = 16$
- c. $x + y = 3$ d. $x + y = 3$
 $3x + 3y = 12$ $2x + 2y = 6$

CONTOH SOAL CERITA

Seorang pembuat boneka ingin membuat dua macam boneka yaitu boneka A dan boneka B. Kedua boneka tersebut dibuat dengan menggunakan dua macam bahan yaitu potongan kain dan kancing. Boneka A membutuhkan 10 potongan kain dan 6 kancing, sedangkan boneka B membutuhkan 8 potongan kain dan 8 kancing.

Permasalahannya adalah berapa buah boneka A dan boneka B yang dapat dibuat dari 82 potongan kain dan 62 kancing ?

PENYELESAIAN

Permasalahan ini dapat dimodelkan dengan menyatakan :

$$x = \text{jumlah boneka A}$$

$$y = \text{jumlah boneka B}$$

Untuk setiap bahan dapat dinyatakan bahwa:

- Potongan kain
10 untuk boneka A + 8 untuk boneka B = 82
- Kancing
6 untuk boneka A + 8 untuk boneka B = 62

Atau dapat dituliskan dengan :

$$10x + 8y = 82$$

$$6x + 8y = 62$$

Penyelesaian dari permasalahan di atas adalah penentuan nilai x dan y yang memenuhi kedua persamaan di atas.

CONTOH SOAL CERITA

Seseorang membeli 4 buku tulis dan 3 pensil, ia membayar Rp19.500,00. Jika ia membeli 2 buku tulis dan 4 pensil, ia harus membayar Rp16.000,00. Tentukan harga sebuah buku tulis dan sebuah pensil

SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL (SPLTV)

- Pasangan dua persamaan linear tiga variabel (atau lebih) yang ekuivalen dengan bentuk umum

$$ax + by + cz = p$$

$$dx + ey + fz = q$$

$$gx + hy + iz = r$$

Dengan $a, b, c, d, e, f, g, h, i, p, q, r \in \mathbb{R}$
dan $a, b, c, d, e, f, g, h, i \neq 0$

dengan penyelesaian, simultan atau serentak terpenuhi oleh pasangan terurut (x_0, y_0, z_0) dinamakan sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV)

METODE PENYELESAIAN SPLTV

- Metode Eliminasi - Substitusi
- Metode Eliminasi Gauss
- Metode Eliminasi Gauss Jordan
- Aturan Cramer (determinan)
- Invers Matriks

METODE ELIMINASI - SUBSTITUSI

1. Perhatikan koefisien x (atau y atau z)

- a. Jika koefisiennya sama:
Lakukan operasi pengurangan untuk tanda yang sama
Lakukan operasi penjumlahan untuk tanda yang berbeda
 - b. Jika koefisiennya berbeda, samakan koefisiennya dengan cara mengalikan persamaan-persamaan dengan konstanta yang sesuai, lalu lakukan seperti langkah a)
2. Ulangi langkah 1 untuk pasangan persamaan lain. Variabel yang dihilangkan pada langkah ini harus sama dengan variabel yang dihilangkan pada langkah 1.
 3. Setelah diperoleh dua persamaan baru pada langkah sebelumnya, tentukan himpunan penyelesaian kedua persamaan menggunakan metode penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel (SPLDV).
 4. Substitusikan nilai dua variabel yang diperoleh pada langkah ke-3 pada salah satu persamaan SPLTV sehingga diperoleh nilai variabel ketiga.

CONTOH 1:

Carilah nilai – nilai dari variabel X, Y, dan Z yang dapat memenuhi ketiga persamaan berikut:

$$2x + 3y - z = 20 \text{1)}$$

$$3x + 2y + z = 20 \text{ 2)}$$

$$x + 4y + 2z = 15 \text{ 3)}$$

Menggunakan eliminasi – substitusi

CONTOH 2:

Carilah nilai – nilai dari variabel X, Y, dan Z yang dapat memenuhi ketiga persamaan berikut:

$$3x + 2y - 2z = 16 \text{1)}$$

$$4x + 3y + 3z = 2.. \text{ 2)}$$

$$2x - y + z = -1. \text{3)}$$

Menggunakan eliminasi – substitusi

CONTOH 3:

Pak Harun memiliki toko sembako yang menjual campuran beras A, beras B, dan beras C yang dijual dengan klasifikasi berikut:
 campuran 3 kg beras A, 2 kg beras B, dan 2 kg beras C dijual dengan harga Rp 19.700
 campuran 2 kg beras A, 1 kg beras B, dan 2 kg beras C dijual dengan harga Rp 14.000
 campuran 2 kg beras A, 3 kg beras B, dan 1 kg beras C dijual dengan harga Rp 17.200

Hitunglah harga tiap kg beras A, B, dan C?

Pembahasan:

Definisikan variabel:

a = harga beras per kg beras A

b = harga beras per kg beras B

c = harga beras per kg beras C

Persamaan: $3a+2b+2c=19700$

$$2a+b+2c=14000$$

$$2a+3b+c=17200$$

LATIHAN 2

1. Seseorang membeli 4 buku tulis dan 3 pensil, ia membayar Rp19.500,00. Jika ia membeli 2 buku tulis dan 4 pensil, ia harus membayar Rp16.000,00. Tentukan harga sebuah buku tulis dan sebuah pensil.
2. Sebuah kios menjual bermacam-macam buah di antaranya jeruk, salak, dan apel. Seseorang yang membeli 1 kg jeruk, 3 kg salak, dan 2 kg apel harus membayar Rp33.000,00. Orang yang membeli 2 kg jeruk, 1 kg salak, dan 1 kg apel harus membayar Rp23.500,00. Orang yang membeli 1 kg jeruk, 2 kg salak, dan 3 kg apel harus membayar Rp36.500,00. Berapakah harga per kilogram salak, harga per kilogram jeruk, dan harga per kilogram apel?